

Powtórzenie wiadomości

Teoria

Definicja 1 Niech X będzie zbiorem. Rodzinę \mathbf{A} podzbiorów w zbioru X nazywamy σ -ciałem, gdy:

1. $\emptyset \in \mathbf{A}$
2. jeżeli $A \in \mathbf{A}$, to $X \setminus A \in \mathbf{A}$
3. jeżeli $A_n \in \mathbf{A}$ dla $n \in \mathbb{N}$, to $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathbf{A}$.

Definicja 2 Przestrzeń probabilistyczną nazywamy trójkę (Ω, \mathbf{A}, P) , gdzie $\Omega \neq \emptyset$ jest zbiorem zdarzeń elementarnych, \mathbf{A} – σ -ciałem podzbiorów Ω zwanych zdarzeniami, P jest funkcją (prawdopodobieństwem) $P : \Omega \rightarrow [0, 1]$, przy czym

- $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$
- $A \in \mathbf{A} \implies X \setminus A \in \mathbf{A}$
- $A_1, A_2, \dots \in \mathbf{A}$ są parami rozłączne to

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n).$$

Definicja 3 Zmienną losową nazywamy dowolną \mathbf{A} -mierzalną funkcję $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, tzn. $X^{-1}(B) \in \mathbf{A}$ dla każdego zbioru borelowskiego B , gdzie $X^{-1}(B) = \{\omega : X(\omega) \in B\}$ jest przeciwobrazem zbioru B .

Definicja 4 Rozkładem prawdopodobieństwa zmiennej losowej X nazywamy

$$\begin{aligned} P_X(B) &= P(X^{-1}(B)) \\ &= P(\{\omega : X(\omega) \in B\}) \end{aligned}$$

Rozkład zmiennej losowej możemy wyznaczać za pomocą dystrybuanty zmiennej losowej X

$$\begin{aligned} F_X(t) &= P(\{\omega : X(\omega) \leq t\}) \\ &= P(X \leq t) \end{aligned}$$